*Teoria estymacji*

**Zadanie 1:** Zachorowalność na pewna chorobę w pewnym kraju jest na poziomie 0.004. Przebadano losowo wybrane **1000** osób. Zakładając, że estymator frakcji jest zgodny z frakcją w populacji, określić **95%** przedział ufności dla prawdopodobieństwa zachorowania. Jak zmienia się przedział ufności przy badaniu **10 000** osób? Ile osób trzeba by przebadać aby niepewność estymatora wartości oczekiwanej była na poziomie 5% jego wartości?

**Zadanie 2:** Trzy ośrodki badania opinii publicznej **A, B i C** przeprowadziły badania popularności pewnej partii politycznej. Poniższa tabela prezentuje otrzymane rezultaty:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ośrodek** | **Liczba ankietowanych osób** | **Liczba osób popierających partię** |
| A | 100 | 34 |
| B | 1000 | 323 |
| C | 10000 | 3592 |

Wyznaczyć estymatory punktowe poparcia otrzymane przez każdy z ośrodków, oraz wyznaczyć odpowiednie przedziały ufności przyjmując **a = 0.005**.

**Zadanie 3:** Spośród żarówek wyprodukowanych przez pewną fabrykę wylosowano **N = 100** sztuk i sprawdzono ich jakość. Okazało się, że **m = 9** z nich nie spełniało norm jakości. Przyjmując, że wylosowane żarówki są próbą prostą z rozkładu Bernoullego wyznaczyć **95%** przedział ufności dla prawdopodobieństwa **p**, że wyprodukowana żarówka spełnia normę jakości.

**Zadanie 4:** W grupie **3600** losowo wybranych pasażerów warszawskiego metra **1584** osoby stwierdziły, że metro jest dla nich jedynym środkiem dojazdu do pracy. Wyznacz **90%** przedział ufności dla odsetka osób, dla których metro jest jedynym środkiem dojazdu do pracy.

**Zadanie 5:** Wykonano **10** pomiarów wytrzymałości liny wspinaczkowej. Wartość średnia otrzymanych wyników to , oraz wariancja . Załóżmy, że podane wyniki stanowią próbę prostą z populacji o rozkładzie normalnym o nieznanych m, s2. Podać 90% przedział ufności dla wartości średniej m.

**Zadanie 6:** W populacji o rozkładzie normalnym pobrano próbę 4 elementową i dla obserwowanej cechy otrzymano wartości **15; 17.5; 20.5; 27**. Podać przedział ufności (α = 0.05, α = 0.01) dla wartości średniej rozkładu obserwowanego cechy

1. gdy nie jest znana wartość odchylenia standardowego
2. gdy jest znana wartość odchylenia standardowego i wynosi σ = 5

**Zadanie 7:** Pomiar twardości dowolnego materiału można wykonać np. metodą Vickersa. Polega ona na wciskaniu w materiał diamentowego ostrza z określoną siłą. Po wciśnięciu mierzy się rozmiar śladu w materiale i na tej podstawie wyznacza twardość. W praktyce, wykonuje się od 10 do 20 takich pomiarów w różnych miejscach próbki i na podstawie tych pomiarów wylicza się średnią twardość materiału oraz niepewność jej wyznaczenia. Twardość większości metali wacha się w granicach 400 (skala jest bezwymiarowa), a np. szkła szafirowego używanego na szkiełka do zegarków około 900. W wyniku 10-cio krotnego pomiaru uzyskano następujące wartości: **423, 433, 431, 424, 438, 421, 429, 427, 419, 429**. Wyznaczyć średnią twardość badanego materiału oraz niepewność tego pomiaru.

**Dla przypomnienia**

*rozkład N, znamy*

*rozkład N, nie znamy*

*nie znamy rozkładu, nie znamy*

*rozkład N, n małe*

*rozkład N, n duże*